

## Merkblatt zur Kombinatorik

### **Auswahlmöglichkeiten unter Berücksichtigung der Reihenfolge (Variationen)**

Eine Urne enthält  $n = 10$  Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 10 beschriftet sind.  $k = 4$  Kugeln werden nacheinander gezogen. Die Anzahl der Variationen beträgt

Ohne Zurücklegen:

$$V_n^k = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040 \quad \text{- mit Formel: } V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 5040$$

Mit Zurücklegen:

$${}^wV_n^k = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000 \quad \text{- mit Formel: } {}^wV_n^k = n^k = 10^4 = 10000$$

Bsp.: Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, daß von  $k < 365$  Personen mindestens 2 am gleichen Tag Geburtstag haben (Ereignis  $A$ ). Das Jahr sei auf 365 Tage normiert.  $\bar{A}$  sei daß Ereignis, daß alle Personen an verschiedenen Tagen Geburtstag haben.

Es ist  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

Anzahl aller möglichen Fälle: Nach wieviel Möglichkeiten können  $k$  Personen Geburtstag haben?  ${}^wV_n^k = n^k = \underbrace{365 \cdot 365 \cdot \dots \cdot 365}_{k \text{ mal}} = 365^k$

Anzahl für  $\bar{A}$  günstige Fälle:  $V_n^k = \frac{365!}{(365-k)!} = 365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365-k+1)$

Für  $k = 23$  erhält man  $P(A) = 1 - P(\bar{A}) \approx 1 - 0,493 = 0,507$

### **Auswahlmöglichkeiten ohne Berücksichtigung der Reihenfolge (Kombinationen)**

Man zieht wieder  $k = 4$  Kugeln aus einer Urne mit 10 verschiedenen Kugeln

Ohne Zurücklegen:

$$C_n^k = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$$

$$\text{- mit Formel: } C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{10!}{(10-4)!4!} = \frac{10!}{6!24} = \frac{5040}{24} = 210$$

*Klassisches Anwendungsbeispiel:* Sechs richtige im Lotto „6 aus 49“.

Mit Zurücklegen:

$${}^wC_n^k = \binom{n+k-1}{k} = \binom{13}{4} = \frac{13!}{9!4!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{24} = 715$$

Beispiel zur Unterscheidung mit/ohne Zurücklegen und mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge: Unter 20 Personen sollen 2 Preise vergeben werden. Es kommt zum einen darauf an, ob die Preise unterscheidbar sind oder nicht (mit bzw. ohne Berücksichtigen der Reihenfolge) und ob eine Person zwei Preise erhalten darf oder nicht (mit bzw. ohne Zurücklegen).